Université Joseph Fourier - Grenoble I

Diplôme d'habilitation à diriger des recherches

présenté par

Pierre SARAMITO

Ingénieur ENSIMAG

Chargé de Recherche 1$^{\text{re}}$ classe au CNRS

Algorithmes et logiciels pour la simulation numérique en fluides non-newtoniens

soutenu le 21 février 2002 devant le jury composé de

Emil HOPFINGER	Président
Pierre ALART	Rapporteur
Roland GLOWINSKI	Rapporteur
Jean-Claude SAUT	Rapporteur
Georges-Henri COTTET	Examinateur
Claude VERDIER	Examinateur

Laboratoire de Modélisation et de Calcul (UMR 5523, CNRS - INPG - UJF)

Remerciements

Je tiens à adresser mes plus vifs remerciements aux membres de mon jury : Pierre Alart, Roland Glowinski et Jean-Claude Saut qui ont accepté d'être mes rapporteurs, ainsi que Georges-Henri Cottet, Emil Hopfinger et Claude Verdier que je remercie pour l'intérêt qu'ils portent à mes travaux

Les travaux décrits dans ce mémoire se développent actuellement au sein de l'équipe Équations aux Dérivées Partielles du Laboratoire de Modélisation et de Calcul de Grenoble. Je tiens à remercier encore Georges-Henri Cottet, chef d'équipe, pour l'accueil dans son équipe, ainsi que Jacques Blum, alors directeur de laboratoire, Alain Le Breton, directeur actuel, François-Xavier Le Dimet, responsable du projet INRIA IDOPT et Jean-Claude Paumier, responsable du projet IMAG SIGMAS. Ils m'ont offert un environnement scientifique idéal, très enrichissant et ouvert.

Je remercie chaleureusement les étudiants dont je dirige ou ai dirigé les recherches, et qui ont contribué à ces travaux, en particulier Jocelyn Etienne et Nicolas Roquet.

Un grand merci à Brigitte Bidegaray, Christine et Eugène Kazantsev ainsi que Laurence Viry pour leur aide et le soutien qu'ils m'ont apportés.

Table des matières

1 Introduction

Ce document correspond à onze ans de recherche, dont quatre dans le secteur privé et sept au Centre National de la Recherche Scientifique. Les sujets abordés, qui peuvent *a priori* sembler disparates, sont tous liés à la modélisation numérique, et les applications concernent principalement les matériaux non-newtoniens.

Après ma thèse de troisième cycle (1990) sur la simulation numérique des écoulements de fluides viscoélastiques (modèle d'OLDROYD), j'ai étendu la méthode proposée à d'autres modèles (modèles de PHAN-THIEN et TANNER, § 2), ce qui m'a conduit à obtenir des résultats sur le comportement asymptotique aux grands nombres de WEISSENBERG pour ce type de modèles. Ceci représentait à cette époque une véritable performance, qui n'a, à ma connaissance, encore aujourd'hui été relevée que par une autre équipe de recherche (Louvain-La-Neuve, CROCHET et MARCHAL), et ce, en mobilisant de très gros ordinateurs pendant des temps non-négligeables. En parallèle, je travaillais à la société CISI (compagnie internationale de services informatiques, aujourd'hui compagnie des signaux) sur la simulation de l'injection des matières plastiques dans les moules, dans le cadre du projet CLIP (club des logiciels de l'industrie plastique) soutenu par le ministère de la recherche et des entreprises concernées telles que Peugeot, Renault, Rhône-Poulenc, ... J'ai aussi eu l'occasion d'intervenir à CISI sur d'autres projets : la simulation de l'écoulement d'air autour des essieux de TGV ou la climatisation dans les wagons. J'y ai également initié un projet de recherche sur la génération de maillages en dimension trois.

En 1993, j'ai rejoint la société SGS-Thomson (aujourd'hui ST-microelectronics) dans sa division recherche et développement. Dans le cadre des recherches sur la simulation, la vérification et la synthèse des circuits intégrés, j'ai collaboré à des programmes de recherche européens ESPRIT 5075 (Philips, SGS-Thomson) et JESSI-AC3 (Bosch, CNET, SGS-Thomson) sur le sujet. J'ai diversifié mes activités en appliquant à ces problèmes certaines méthodes issues de la mécanique, et gagnant un sens de la conception des gros logiciels, ainsi que, par de nombreux voyages, une meilleure connaissance de l'Europe de l'informatique. Les outils logiciels que j'y ai réalisés continuent encore aujourd'hui à se développer et à évoluer dans la société depuis mon départ.

En effet, dans la même période, je candidatais au CNRS que je rejoignais à l'automne 1994 sur le thème de la modélisation numérique des matériaux en grandes déformations : viscoélasticité, viscoplasticité, surfaces libres et tensions capillaires, et j'intégrais le laboratoire de rhéologie, récemment cré. Je développais avec la société GIST (groupement informatique scientifique et technique) et Richard MICHEL, ingénieur responsable des recherches dans cette société, une collaboration de recherche sur le thème des logiciels de simulation en viscoplasticité.

Dans le même temps, je répondais à l'invitation des professeurs Roland GLOWINSKI et Daniel D. JOSEPH, et partais pour un séjour de quatre mois aux États-Unis (Minneapolis, puis Philadelphie). Dans le cadre du projet de la National Science Foundation « *simulation directe des écoulements contenant des particules* », j'intervenais sur le « volet viscoélastique » du projet. Je voudrais souligner la richesse scientifique du projet, tant sur la mécanique des fluides non-newtoniens que sur le traitement numérique du problème. De plus, j'y nouais également de nombreux contacts et une meilleure connaissance de l'informatique parallèle et de la manipulation informatique des grandes matrices creuses.

De retour en France début 1997, je retrouvais aussi les questions de viscoplasticité, où Nicolas ROQUET, embauché par la société GIST sur une bourse CIFRE, démarrait sa thèse sur les fluides de type BINGHAM. Ce problème posait de véritables défis aux méthodes numériques, aucune méthode ne semblant « marcher » correctement en pratique, bien que toutes les méthodes proposées étaient justifiées par de solides résultats théoriques. Sa thèse s'orientera assez vite vers une approche algorithmique de type Lagrangien augmenté, combinée avec une adaptation énergique des maillages afin de capturer les zones rigides (§ 3).

Sur le thème voisin des écoulements de boue et débris en montagne (appelées aussi laves torrentielles), j'intervenais dans le cadre d'un programme européen sur les risques naturels. En effet, ces écoulements de débris peuvent être modélisés par des fluides à seuil avec surface libre, les équations étant alors moyennées dans l'épaisseur, avec une approche de type SAINT-VENANT.

Je quittais le laboratoire de rhéologie pour commencer à travailler début 2000 au laboratoire de modélisation et de calcul (LMC), où Jacques BLUM, directeur du laboratoire, me proposait un environnement et des moyens très propices au développement de mes activités de simulation numérique, notamment sur le projet SIGMAS de l'IMAG, avec les professeurs Jean-Claude PAUMIER, Ioan IONESCU et Annie RAOULT, et le projet IDOPT de l'INRIA, avec Jérôme MONNIER, maître de conférences. J'y découvrais un laboratoire de grande taille, où des équipes de mathématiciens, mécaniciens et informaticiens collaboraient de façon étroite. Nicolas ROQUET m'y rejoignait d'ailleurs très bientôt et soutenait[1] dans la même année une thèse sur la viscoplasticité. Il y présentait une quantification théorique des gains obtenus par l'utilisation des maillages adaptés. L'argument, entièrement

1. co-encadrement avec Jean-Claude PAUMIER, professeur à l'Université Joseph FOURIER.

nouveau, s'appuie sur une estimation *a priori* de l'erreur. En effet, ce type d'argument est généralement utilisé en maillages quasi-uniformes, les estimateurs locaux (ou *a posteriori*) étant habituellement utilisés en maillages adaptés. Cet argument était illustré par de nombreux exemples concrets de calcul. Une fois sa thèse soutenue, Nicolas ROQUET a rejoint la société UNILEVER, dans le cadre d'un programme européen et sur le thème de la simulation numérique de matériaux non-newtoniens pour l'agroalimentaire.

Les méthodes et logiciels développés dans le cadre de la viscoplasticité se prêtent à une généralisation assez naturelle à de nombreux autres problèmes, notamment ceux pouvant également se formuler en terme d'inéquations variationnelles, et, comme l'a fait remarquer Roland GLOWINSKI à l'occasion d'une publication, ceux traitant d'analyse d'image. Ces logiciels sont depuis 2001 entièrement accessibles par le réseau internet à l'ensemble de la communauté scientifique (§ 4). Une application à des problèmes d'avalanche (modèles de type granulaire) est actuellement à l'étude (§ 5).

2 Fluides viscoélastiques

Pour les fluides viscoélastiques à loi de comportement de type OLDROYD [Old50], le tenseur des contraintes totales de CAUCHY σ_{tot} est donné par :

$$\sigma_{tot} = -pI + 2\eta_1 D(u) + \tau$$

où p est la pression hydrostatique, $\mathbf{u}$ le champ des vitesses, $D(\mathbf{u}) = (\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u} + \boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}^T)/2$ le tenseur des taux de déformation, et $\eta_1 > 0$ une première viscosité. Le tenseur τ des contraintes supplémentaires satisfait une loi de comportement de type différentiel :

$$\lambda \overset{\square}{\tau} + \tau - 2\eta_2 D(\mathbf{u}) = 0 \tag{1}$$

où λ est le temps de relaxation, $\eta_2 \geq 0$ est une seconde viscosité et $\overset{\square}{\tau}$ est une notation pour la dérivée d'OLDROYD du tenseur τ :

$$\overset{\square}{\tau} = \frac{\partial \tau}{\partial t} + \mathbf{u}.\nabla\tau + W(\mathbf{u})\tau - \tau W(\mathbf{u}) - a\left(D(\mathbf{u})\tau + \tau D(\mathbf{u})\right)$$

où $W(\mathbf{u}) = (\nabla\mathbf{u} - \nabla\mathbf{u}^T)/2$ est le tenseur de vorticité et $a \in [-1, 1]$ est un paramètre de la dérivée d'OLDROYD. La loi de comportement (1) est couplée aux équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse :

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}.\nabla\mathbf{u}\right) - \mathbf{div}\,\tau - \eta_1\Delta\mathbf{u} + \boldsymbol{\nabla}p = \mathbf{f} \tag{2}$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0 \tag{3}$$

où ρ est la densité, supposée constante (écoulement incompressible). Les équations (1)-(3) étant posées dans un domaine Ω de $\mathbb{R}^N$, $N = 2, 3$, le problème aux inconnues $(\tau, \mathbf{u}, p)$ est complété par des conditions aux limites sur $\mathbf{u}$, sur le bord entrant pour τ, ainsi que des conditions initiales pour $\mathbf{u}$ et τ. Lorsque la frontière du domaine est régulière et les données assez petites, Collette GUILOPPÉ et Jean-Claude SAUT ont montré [GS87] l'existence globale de solutions.

Le cas limite $\lambda = 0$ correspond à un fluide newtonien. Pour $\lambda > 0$, ce modèle permet de décrire des solutions de polymère dans un solvant newtonien ou bien des mélanges de polymères. Cette loi peut s'étendre à d'autres modèles différentiels, tels que le modèle de PHAN-THIEN et TANNER [PTT77], de GIESEKUS [Gie82]. Par ailleurs ces résultats peuvent s'étendre à plusieurs temps de relaxation. Ce problème fait apparaître trois nombres sans dimension : We le nombre de WEISSENBERG, Re le nombre de REYNOLDS, ainsi que le paramètre $\alpha = \eta_2/(\eta_1 + \eta_2) \in]0, 1]$.

2.1 Algorithme par décomposition d'opérateur

Afin de simplifier l'analyse de la méthode numérique proposée, je supposerais l'écoulement lent, et négligerais dans la suite le terme d'inertie $\mathbf{u}.\boldsymbol{\nabla}\mathbf{u}$ dans (2). Il s'agit d'une hypothèse classique dans ce type de simulation; la difficulté du problème porte désormais sur la non-linéarité dans l'équation (1) de la dérivée d'OLDROYD.

L'idée directrice consiste à séparer les termes de viscosité des termes de transport. On se ramène ainsi à résoudre deux sous-problèmes plus simples, l'un de type STOKES, l'autre de type transport du tenseur des contraintes supplémentaires. Le problème peut se mettre sous la forme :

(P): trouver $\mathcal{U} = (\tau, \mathbf{u})$ tel que :

$$S\frac{d\mathcal{U}}{dt} + A(\mathcal{U}) = \mathcal{F} \quad \text{et} \quad \mathcal{U}(0) = \mathcal{U}_0$$

où $S = \mathrm{diag}\ (We, Re)$, $\mathcal{F} = (0, f)^t$, $\mathcal{U}_0 = (\tau_0, \mathbf{u}_0)^t$ et $A(\mathcal{U}) = A_1(\mathcal{U}) + A_2(\mathcal{U}; \mathcal{U})$ est donné par la décomposition suivante :

$$A_1(\tau,\mathbf{u}) = \left[\begin{array}{ccc} \nu\tau & - & 2\alpha D(\mathbf{u}) \\ -\mathrm{div}\,\tau & - & (1-\alpha)P\Delta\mathbf{u} \end{array}\right] \quad ; \quad A_2(\sigma,\mathbf{v};\,\tau,\mathbf{u}) = \left[\begin{array}{c} \nu'\,\tau + We\mathrm{T}(\mathbf{v})\tau \\ 0 \end{array}\right]$$

où $\nu' = 1-\nu$ et $\nu \in [0, 1]$ est un paramètre de la décomposition et $P\Delta$ représente l'opérateur de STOKES. Dans la décomposition précédente, $\mathrm{T}(\mathbf{v})$ désigne l'opérateur de transport : $\mathrm{T}(\mathbf{v})\tau = \mathbf{v}.\nabla\tau + +W(\mathbf{v})\tau - \tau W(\mathbf{v}) - a\,(D(\mathbf{v})\tau + \tau D(\mathbf{v}))$.

Inspiré par les travaux de GLOWINSKI [Glo86] sur les équations de NAVIER-STOKES, introduisons à présent la semi-approximation de (P). Soit $\Delta t > 0$ un pas de temps et θ un paramètre, $\theta \in]0, \frac{1}{2}[$. Considérons les notations $\theta' = 1 - 2\theta$, $\mathcal{U}^0 = \mathcal{U}_0$ et $\mathcal{U}^{n+\delta} \approx \mathcal{U}((n+\delta)\Delta t)$. Puisque A_1 et A_2 sont plus simples que A, utilisons cette décomposition pour résoudre (P) par le θ-schéma :

$$\frac{S\mathcal{U}^{n+\theta} - S\mathcal{U}^n}{\theta\Delta t} + A_1(\mathcal{U}^{n+\theta}) + A_2(\mathcal{U}^n; \mathcal{U}^n) = \mathcal{F}^{n+\theta} \quad (4)$$

$$\frac{S\mathcal{U}^{n+1-\theta} - S\mathcal{U}^{n+\theta}}{\theta'\Delta t} + A_1(\mathcal{U}^{n+\theta}) + A_2(\mathcal{U}^n; \mathcal{U}^{n+1-\theta}) = \mathcal{F}^{n+1-\theta} \quad (5)$$

$$\frac{S\mathcal{U}^{n+1} - S\mathcal{U}^{n+1-\theta}}{\theta\Delta t} + A_1(\mathcal{U}^{n+1}) + A_2(\mathcal{U}^n; \mathcal{U}^{n+1-\theta}) = \mathcal{F}^{n+1} \quad (6)$$

La résolution de (4) et (6) se réduit à celle d'un problème de type STOKES, et la résolution de (5), à celle d'un problème de type transport pour l'opérateur $I + \varepsilon\,\mathrm{T}(\mathbf{v})$, avec $\varepsilon > 0$. Cet algorithme se programme bien en pratique, et a fait l'objet de nombreuses publications [1, 20, 4, 5, 21, 6, 8, 14].

2.2 Un élément fini ultra-léger

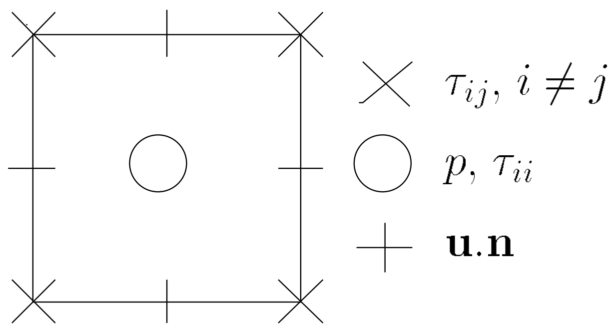


FIG. 1 – *Élément fini ultra-léger pour le problème de* STOKES *à trois champs.*

J'ai ensuite proposé une nouvelle méthode d'éléments finis mixtes pour approcher ce problème en espace. Cette méthode a l'avantage de n'utiliser que très peu de degrés de liberté pour un maillage donné : environ dix fois moins que les méthodes d'approximation proposées précédemment par l'équipe de CROCHET et MARCHAL [CM87] ou par FORTIN et FORTIN [FF89]. Il s'agit d'une combinaison de l'élément mixte de RAVIART et THOMAS [GR86] pour les vitesses-pressions, d'une approximation P_0 discontinue pour les composantes normales τ_{ii} des contraintes et d'une approximation continue et linéaire pour les composantes de cisaillement τ_{ij}, $i \neq j$. (voir FIG. 1). J'ai aussi montré que cette combinaison d'éléments satisfaisait deux conditions de BREZZI-BABUSKĂ [Bre74], conditions nécessaires et suffisantes pour que le problème soit bien posé pour $We = 0$ et que la solution correspondante converge lorsque le pas du maillage tend vers zéro (voir aussi [BS92] pour l'élément proposé par Fortin et Fortin).

D'autre part, il était nécessaire de décentrer les termes de transport des contraintes $\mathbf{u}.\nabla\tau$. Pour les composantes normales τ_{ii}, approchées par un élément discontinu, j'utilisais la méthode de Lesaint et Raviart tandis que le schéma de volumes finis de Baba et Tabata était approprié pour les composantes de cisaillement. Ces deux choix conduisent à des schémas décentrés monotones [2]. Cette propriété assure en particulier que les solutions approchées ne présenteront pas d'oscillations parasites. Je remarquais l'article de 1988 de Goodman [GL88] qui montrait que la méthode SUPG proposée par Hughes et Brooks [BH82] ne vérifiait pas cette hypothèse. De plus, les travaux de 1987 de Crochet et Marchal [CM87] utilisant cette méthode présentaient des solutions avec oscillations parasites près des coins ré-entrants, dans le cas d'un écoulement en contraction brusque, où la solution est singulière.

Cet élément permettait alors de résoudre le problème sur des ordinateurs possédant une taille de mémoire modeste, ce qui n'avait pas été le cas jusqu'alors. Ceci a donné lieu a plusieurs publications [1, 4, 6]. La combinaison d'un algorithme robuste et d'un élément fini très économique a permis d'obtenir pour la première fois les comportements asymptotiques des modèles de Phan-Thien et Tanner, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

2.3 Propriétés élongationnelles et recirculations

Le problème-test de l'écoulement viscoélastique en contraction brusque possède l'avantage de mettre en évidence le comportement du modèle sur une très large gamme de taux de déformation: l'écoulement est élongationnel le long de l'axe et cisaillé près des parois. De plus, la singularité dûe au coin ré-entrant sollicite le modèle dans la plage des très grandes déformation et contraintes. Après avoir réalisé un logiciel pour un modèle viscoélastique d'Oldroyd (relation (1)), je l'ai étendu au modèle viscoélastique proposé par Phan-Thien et Tanner [PTT77, Lar88] :

$$\lambda \overset{\square}{\tau} + (1 + \varepsilon \mathrm{tr}\, \tau)\, \tau - 2\eta_2 D(\mathbf{u}) = 0$$

où $\varepsilon \geq 0$ est un paramètre du modèle. Ce modèle a l'avantage de prédire, pour un écoulement en élongation simple, une viscosité élongationnelle croissante [6, p. 203] et présentant un plateau, analogue à ce qui est observé pour les solutions de polymères. Les maillages utilisés sont donnés Fig. 2. La Fig. 3 présente la

2. en anglais, on dit aussi TVD, pour Total Variation Decreasing.

branche de solution pour des valeurs croissantes du nombre de WEISSENBERG, ce pour une contraction à géométrie axisymétrique. Ce calcul met clairement en

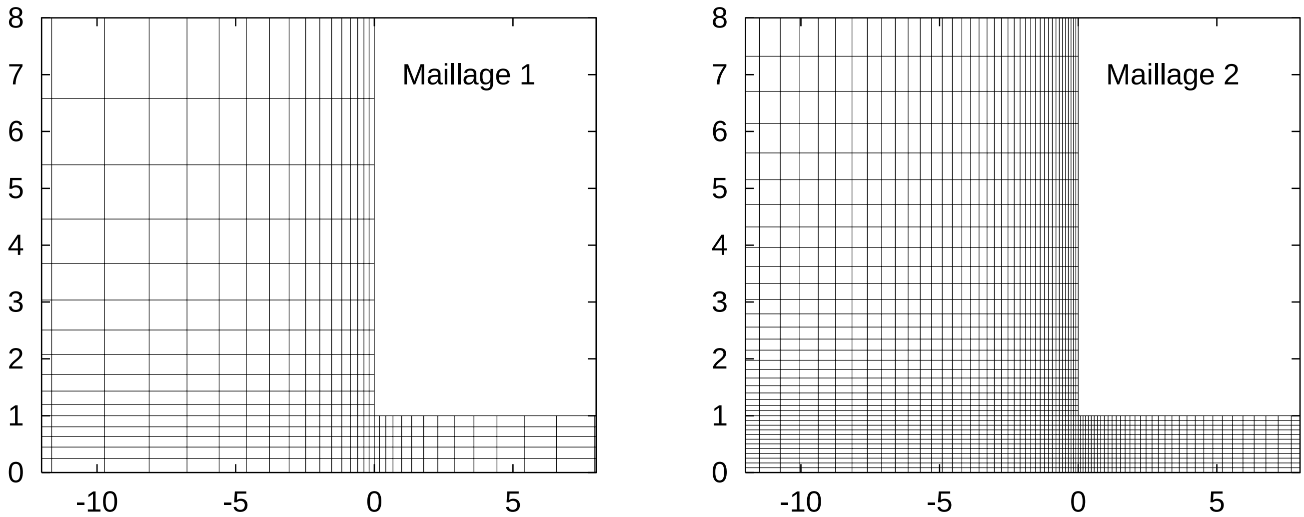


FIG. 2 – *Vue partielle des maillages pour la contraction brusque.*

évidence le développement d'une zone de recirculation située dans la partie amont de l'écoulement, cette zone tendant asymptotiquement vers une taille maximale (FIG. 3.d) pour les grandes valeurs de We. J'ai ensuite étudié une variante du modèle précédent :

$$\lambda \overset{\square}{\tau} + \exp\left(\varepsilon \mathrm{tr}\, \tau\right) \tau - 2\eta_2 D(\mathbf{u}) = 0$$

Ce modèle prédit une viscosité élongationnelle passant par un maximum puis décroissant [6, p. 203], ce qui correspond bien aux mélanges de polymères. Dans ce cas, la simulation prédit des zones de recirculation passant par un maximum, puis décroissant ensuite pour se résorber asymptotiquement aux grands WEISSENBERG. Ce travail met donc clairement en évidence les mécanismes de développement des recirculations et leur corrélation avec les propriétés élongationnelles du matériau, et a été poursuivi en étudiant la correction de COUETTE (perte de pression due à la contraction) pour les différentes variantes. Ceci a donné lieu aux publications [6, 7, 13, 14, 15].

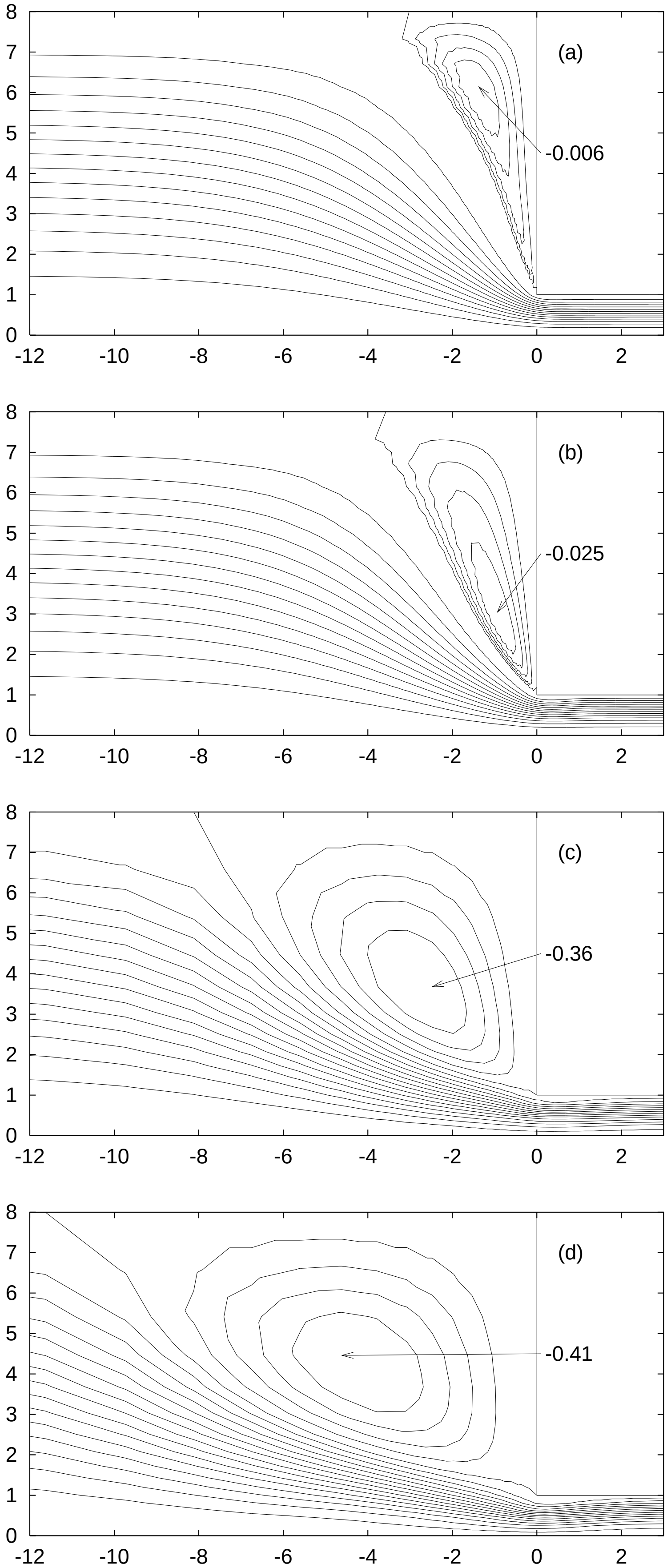


FIG. 3 – *Modèle de* PHAN-THIEN *et* TANNER *avec* $\varepsilon = 5 \times 10^{-4}$*: (a)* $We = 2.0$*; (b)* $We = 4.6$*; (c)* $We = 14$*; (d)* $We = 69$.

3 Fluides à seuil

Mon travail sur la simulation numérique pour les fluides viscoplastique à conduit à l'encadrement d'une thèse [49], de deux sujets de DEA [43, 46], un projet de fin d'études de l'ENSHMG [45] et de deux sujets de DESS [44, 47]. Ce travail a fait l'objet de nombreux rapports et publications [9, 10, 16, 17, 31, 32, 38, 39, 28, 29, 30]. Aussi j'ai choisi de présenter ici un résultat correspondant aux travaux de la thèse de Nicolas ROQUET, qui fait l'objet d'une publication en cours [11].

3.1 Aspect général de l'écoulement

Considérons l'écoulement d'un fluide viscoplastique autour d'un cylindre en mouvement uniforme tel que représenté sur la FIG. 4.

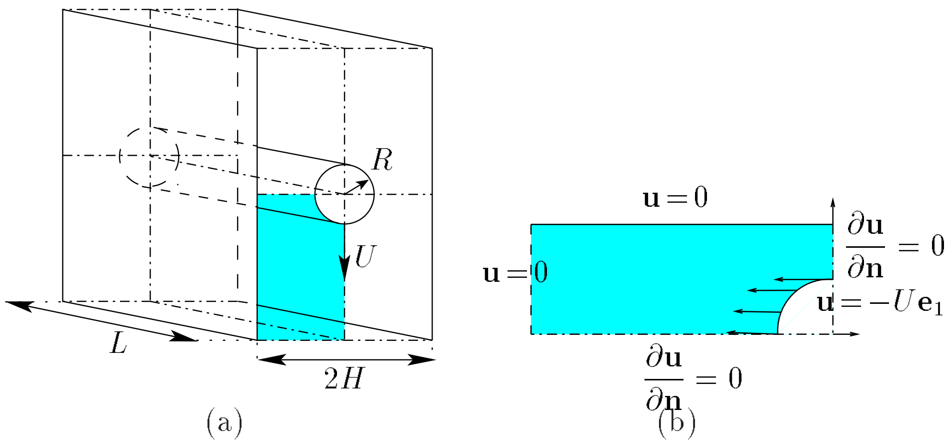


FIG. 4 – *Cylindre se déplaçant à vitesse constante entre deux plaque : (a) vue générale; (b) domaine de calcul.*

Concernant les travaux expérimentaux sur ce problème, on pourra consulter [YA73, BW69]. À notre connaissance, il n'existe pas de travaux de simulation numérique sur ce problème, les seuls travaux voisins existants portent sur le problème de la chute d'une sphère (cas axisymétrique) dans un milieu décrit par un modèle bivisqueux. Le remplacement du modèle de BINGHAM par un modèle bivisqueux induit des difficultés numériques supplémentaires, comme nous l'avons montré dans [10].

L'écoulement est partitionné en deux régions : les **régions rigides** ($D(\mathbf{u}) = 0$) et les **régions déformées** ($D(\mathbf{u}) \neq 0$). Dans notre cas, les régions rigides sont composées de zones de type différent. Ces zones sont séparées entre elles par la région déformée. Afin d'identifier ces zones et d'en faciliter la compréhension, nous avons introduit une terminologie spécifique (voir aussi FIG. 5) :

- une **zone morte englobante** qui contient la zone déformée;
- deux zones rigides, en forme de **pointe**, situées sur le cylindre, dans l'axe du mouvement, l'une en amont, l'autre en aval, et toutes deux entourées par la zone déformée;
- deux zones ovoïdes, aux extrémités pointues, que nous appellerons **amandes**, à l'intérieur de la zone déformée. Elles sont situées entre le cylindre et la paroi, de part et d'autre du cylindre.

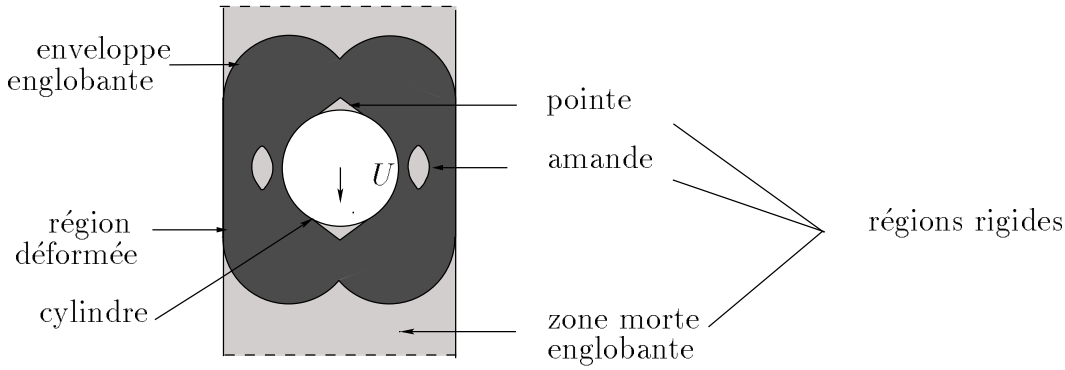


FIG. 5 – *Partition de l'écoulement : régions rigides en gris clair, région déformée en gris foncé, section du cylindre en blanc.*

Par ailleurs, l'enveloppe de la zone déformée autour du cylindre en mouvement est appelée **enveloppe englobante**. Cette enveloppe vient toucher la paroi lorsque celle-ci est assez proche du cylindre. L'existence de l'amande est ici entièrement nouvelle, tandis que les autres zones rigides avaient déjà été mises en évidence dans des travaux expérimentaux antérieurs [YA73, BW69].

3.2 Formulation du problème

Décomposons le tenseur des contraintes totales de CAUCHY suivant :

$$\sigma_{tot} = -p.I + \sigma,$$

où σ désigne sa partie déviatrice et p la pression. L'équation constitutive de BINGHAM [Bin22] s'écrit :

$$\begin{aligned} \sigma &= 2\eta D(\mathbf{u}) + \sigma_0 \frac{D(\mathbf{u})}{|D(\mathbf{u})|} && \text{si } |D(\mathbf{u})| \neq 0, \\ |\sigma| &\leq \sigma_0 && \text{si } |D(\mathbf{u})| = 0, \end{aligned} \tag{7}$$

où $\sigma_0 \geq 0$ est le seuil de contrainte, η la viscosité plastique, et $\mathbf{u}$ la vitesse. La notation $|\tau|$ représente pour tout tenseur τ la norme matricielle : $|\tau| = \sqrt{\tau : \tau}$.

La loi de comportement (7) est couplée aux équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse :

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}.\nabla\mathbf{u}\right) - \mathbf{div}\,\sigma + \nabla p = 0 \qquad (8)$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0 \qquad (9)$$

où ρ est la densité, supposée constante.

Remarquons que le cas $\sigma_0 = 0$ se ramène à un fluide newtonien incompressible. Pour $\sigma_0 > 0$, les régions rigides commencent à apparaître, et se développent lorsque σ_0 augmente. Les relations (7)-(9) sont complétées par les conditions aux bords indiquées sur la FIG. 4.b, et des conditions initiales. Ce problème fait apparaître deux nombres sans dimension : Bi, le nombre de BINGHAM et Re, le nombre de REYNOLDS. Dans la suite, le terme d'inertie $\mathbf{u}.\nabla\mathbf{u}$ dans (8) sera négligé, l'écoulement étant supposé lent.

3.3 Adaptation de maillage

Ce problème s'inscrit naturellement dans le cadre des inéquations variationnelles [GLT81, KO88], et nous avons utilisé la méthode du Lagrangien augmenté [GT89] combiné avec un algorithme de descente de type UZAWA pour résoudre le système.

Une des difficultés provient du fait que la solution est très peu régulière à la traversée des régions rigides-déformées. Ainsi, l'utilisation de maillages quasi-uniformes de pas h et de l'élément P_2-P_1 (par exemple) en vitesses-pression ne permet pas d'obtenir la précision attendue pour une solution régulière : la convergence est en $\mathcal{O}(h)$ en norme H^1 au lieu de $\mathcal{O}(h^2)$ pour la vitesse.

Pour compenser cela, une stratégie élégante consiste à adapter le maillage à cette perte de régularité. Cette approche présente ici un certain nombre d'avantages :

- les surfaces de transition rigide-déformée sont localisées géométriquement avec plus de précision, le maillage y étant plus fin : $h_{\mathrm{loc}} = \mathcal{O}(h^2)$;
- cela permet de récupérer la convergence globale optimale en $\mathcal{O}(h^2)$, où h est le pas de maillage quasi-uniforme hors du voisinage des surfaces de transitions;
- enfin, le surcoût en terme de nombres d'inconnues est globalement négligeable, le raffinement de maillage étant localisé.

Nous avons montré dans [9] ces affirmations pour l'écoulement d'un fluide de BINGHAM dans un tuyau, et ceci se vérifie encore ici. L'adaptation de maillage est obtenue par un cycle de calcul, représenté sur la FIG. 6. Partant d'un maillage initial, une première résolution est effectuée, à partir de laquelle on génère un premier maillage adapté [Hec97]. Un nouveau calcul est ainsi effectué, et ainsi de suite. Le maillage et la solution convergent assez rapidement vers un point fixe.

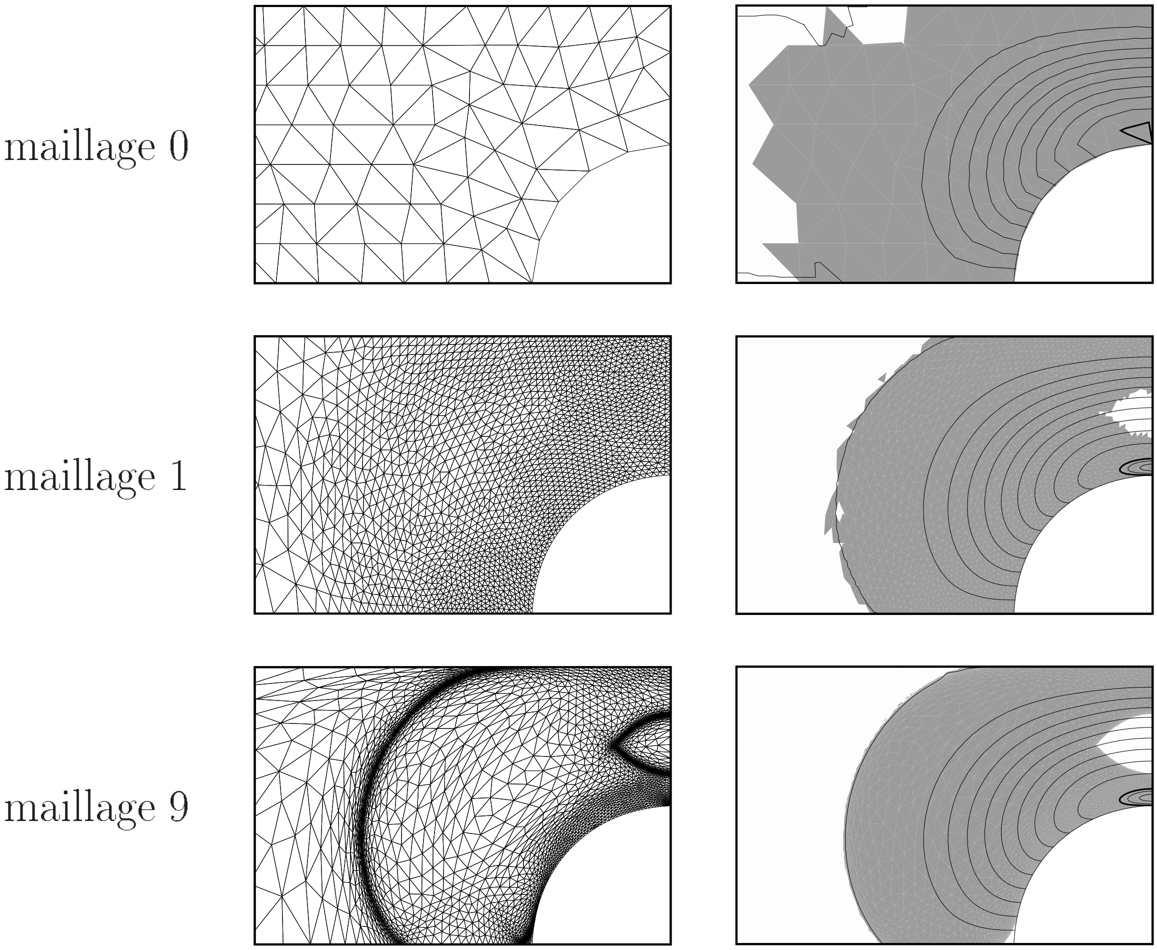


FIG. 6 – *Modèle de* BINGHAM *($Bi = 10$) : cycles d'adaptation.*

Sur la FIG. 7, on pourra apprécier la finesse de résolution des détails de l'écoulement. La légère concavité de la pointe apparaît clairement en FIG. 7.b, les lignes noires horizontales dans la pointe représentant les trajectoires de matière en translation solide à la même vitesse que le cylindre. La convexité marquée de l'amande s'observe en FIG. 7.c, où les trajectoires sont cette fois des arcs de cercle, la matière contenue dans l'amande étant en rotation solide. Enfin, une région de recirculation apparaît en détail en FIG. 7.d, tandis que le maillage est très concentré au sommet du cylindre, où la solution est singulière (contraintes et taux de déformations exacts non-bornés). On y observe aussi le centre de l'écoulement de retour, provoqué par le déplacement du cylindre.

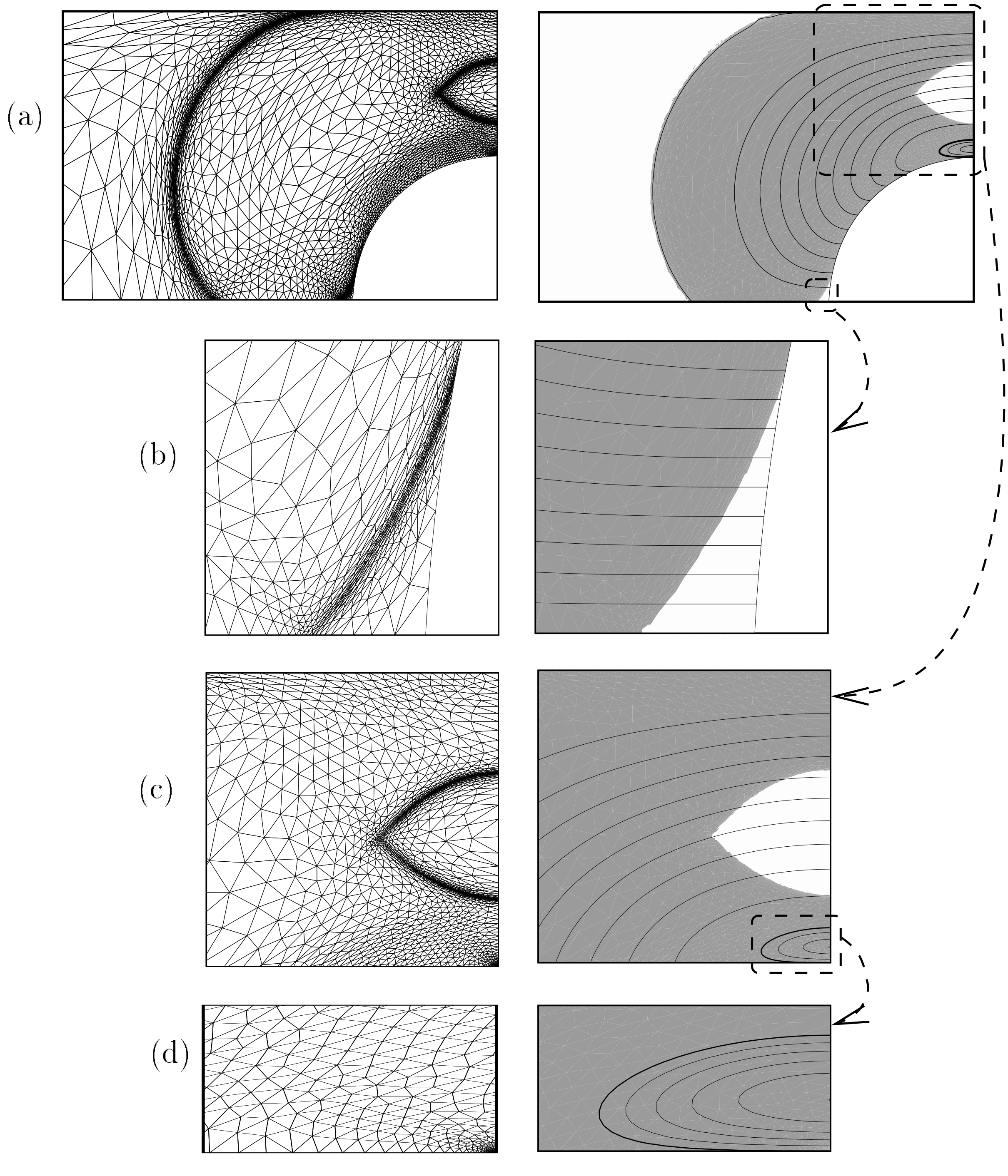


FIG. 7 – *(a) vue générale; (b) pointe; (c) amande; (d) recirculation.*

Les temps de calculs sont de l'ordre de l'heure sur station de travail pour les résultats présentés ici. Pour des problèmes plus volumineux, un gain substantiel pourrait être obtenu en remplaçant l'algorithme d'UZAWA par une méthode de type NEWTON (voir à ce sujet les travaux de Pierre ALART [Ala97] dans le cadre d'un problème de contact). Ce travail s'est poursuivi en étudiant le cas où le cylindre devient très proche des parois et en analysant les variations du coefficient de traînée. Suivant une démarche analogue à celle utilisée ici pour un fluide de BINGHAM, nous avons traité le cas d'un glissement avec seuil. D'autres applications sont actuellement à l'étude, notamment pour des problèmes issus de l'éléctrochimie.

4 Une librairie d'éléments finis

4.1 Motivation

Le développement la librairie `rheolef` [28] est issu du constat qu'il n'existait pas d'environnement logiciel satisfaisant pour la simulation numérique des fluides non-newtoniens. Les environnements disponibles offrent soit un interface au niveau matrice-vecteur, et ce sont les plus nombreux, soit leur interface est de type éléments finis, mais leurs fonctionnalités sont trop réduites pour notre propos (pas d'éléments finis mixtes, etc..) ou pas assez modulaires pour les applications en vue. Dans la deuxième catégorie, on trouve le très élégant interpréteur `freefem+` [PHBO01] d'Olivier Pironneau ou bien la librairie `ofeli` [Tou01] de Rachid Touzani.

Par ailleurs, spécifier l'interface d'une librairie avait un double avantage :

i) conduire à un code modulaire et donc plus facile à maintenir;
ii) pouvoir utiliser cette librairie pour d'autres applications.

Aussi, avec Nicolas Roquet, avons nous développé la librairie `rheolef` [28], disponible depuis janvier 2001. Le code fait actuellement environ 70 000 lignes, principalement en `C++`.

4.2 Réalisation et illustrations

L'interface s'appuie sur la formulation variationnelle du problème à résoudre. En plus des notions de **maillage** et de **matrice creuse** apparaissant habituellement dans ce type de code, nous avons introduit les notion d'**espace** d'approximation, de **forme** bilinéaire et de **champs**. Il s'agit a notre connaissance de la première librairie d'éléments finis s'apuyant sur un interface utilisant des concepts variationnels.

À titre d'exemple, considérons le très classique problème de Poisson avec une condition de Dirichlet homogène sur le bord dans un ouvert borné $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N = 1, 2, 3$.

(P): trouver u, defini dans Ω, telle que :

$$-\Delta u = 1 \text{ dans } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \partial\Omega,$$

dont la formulation variationnelle s'écrit :

(FV): trouver $u \in H^1_0(\Omega)$ tel que :

$$a(u, v) = m(1, v), \ \forall v \in H^1_0(\Omega),$$

où les formes bilinéaires $a(.,.)$ et $m(.,.)$ sont définies par :

$$\begin{aligned} a(u,v) &= \int_\Omega \nabla u . \nabla v \, dx, \quad \forall u, v \in H^1_0(\Omega), \\ m(u,v) &= \int_\Omega uv \, dx, \quad \forall u, v \in L^2(\Omega). \end{aligned}$$

La forme $a(.,.)$ définit un produit scalaire dans $H^1_0(\Omega)$ et est appelée forme d'**énergie**. Elle est associée à l'opérateur $-\Delta$. La forme $m(.,.)$ est ici simplement le produit scalaire de $L^2(\Omega)$, et est appelée forme de **masse**. L'approximation par éléments finis de LAGRANGE s'obtient en introduisant $\mathcal{T}_h$, un maillage de Ω et V_h, l'espace des fonctions continues, polynomiales par morceaux de degré $k \geq 1$ et s'annulant sur le bord du domaine :

$$V_h = \{v \in H^1_0(\Omega); \ v_{/K} \in P_k, \ \forall K \in \mathcal{T}_h\}.$$

Le problème approché s'énonce :

$(FV)_h$: trouver $u_h \in V_h$ tel que :

$$a(u_h, v_h) = m(1, v_h), \ \forall v_h \in V_h.$$

```
#include "rheolef/rheolef.h"
int main (int argc, char**argv) {
    geo omega (argv[1]);
    space Vh (omega, argv[2]);
    Vh.block ("boundary");
    form a (Vh, Vh, "grad_grad");
    form m (Vh, Vh, "mass");
    field fh (Vh, 1);
    field uh (Vh);
    uh ["boundary"] = 0;
    ssk<Float>fact = ldlt(a.uu);
    uh.u = fact.solve (m.uu*fh.u + m.ub*fh.b - a.ub*uh.b);
    cout << uh;
    return 0;
}
```

FIG. 8 – *Résolution du problème de* POISSON *avec la librairie* `rheolef`.

Le code C++ de la Fig. 8 met en œuvre la résolution du problème de Poisson dans l'environnement `rheolef`. Ce code s'applique pour des maillages en dimension un, deux et trois, et pour des approximations par éléments finis linéaires ou quadratiques par morceaux. La Fig. 9 représente des coupes et isosurfaces de la solution en dimension trois, ainsi que deux rendus volumiques du type lancer de rayon.

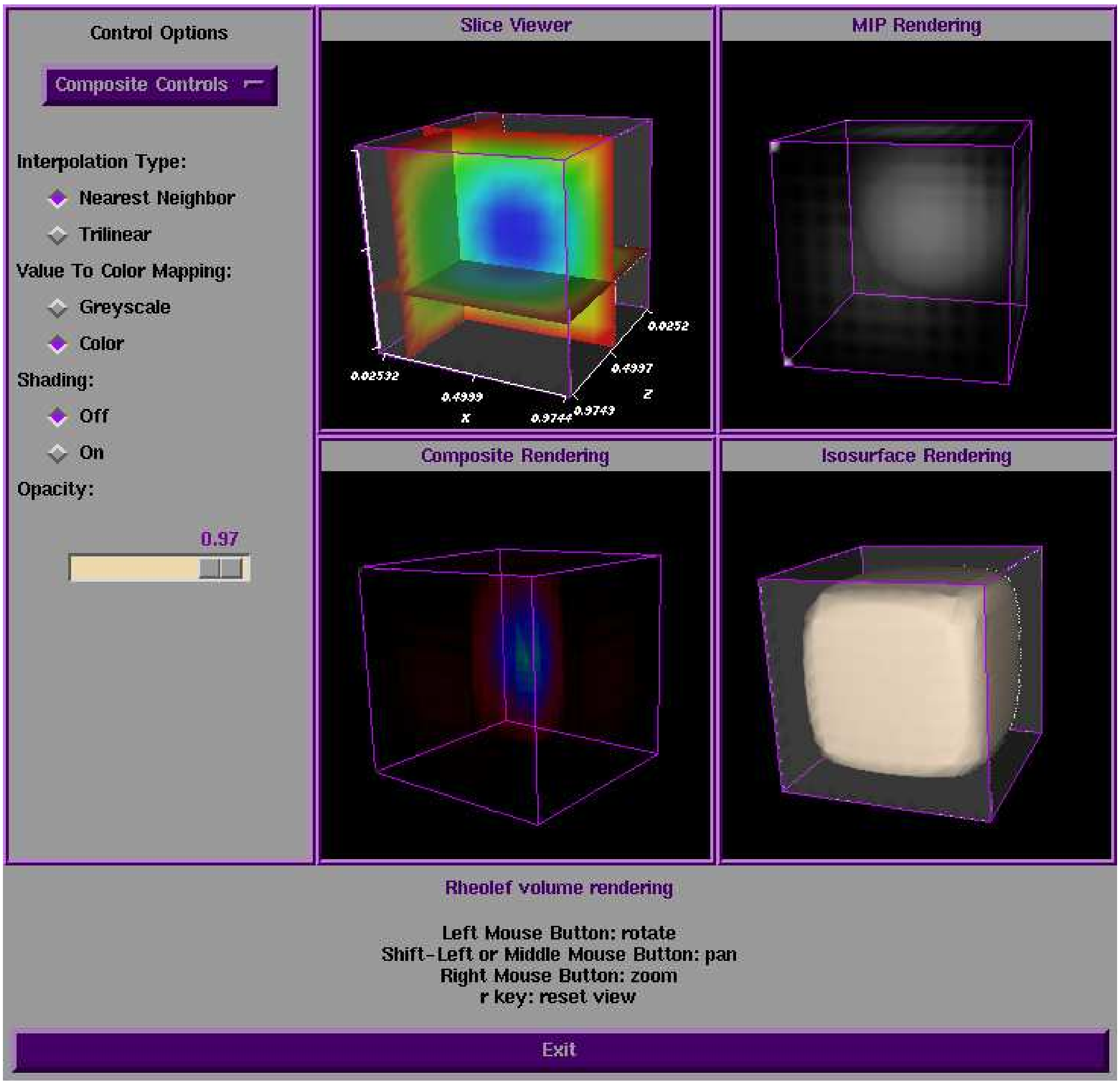
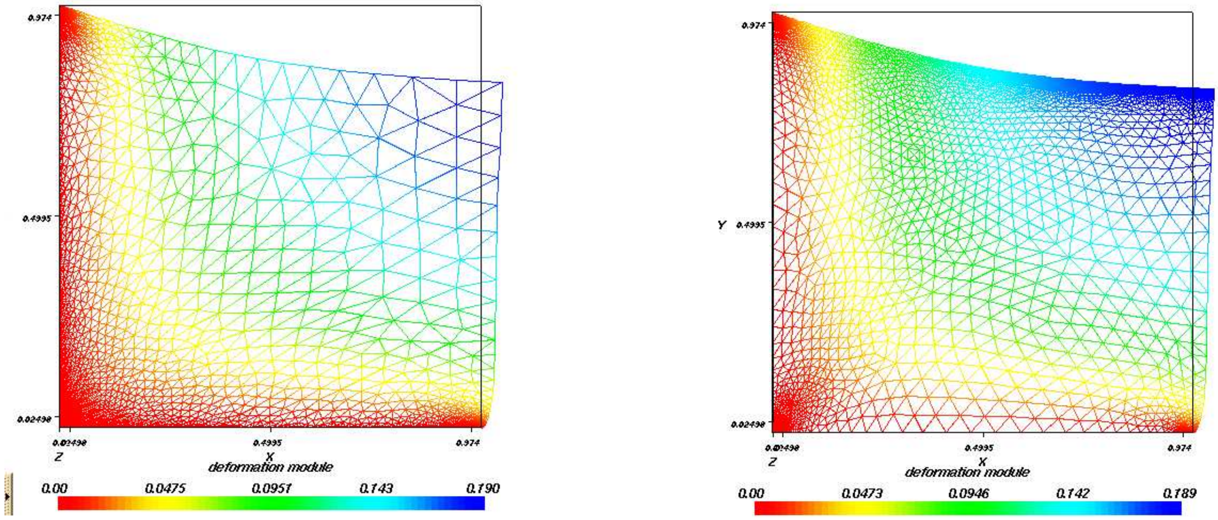


Fig. 9 – *Solution du problème de* Poisson *pour* $N = 3$.



(a) élément linéaire (b) élément quadratique

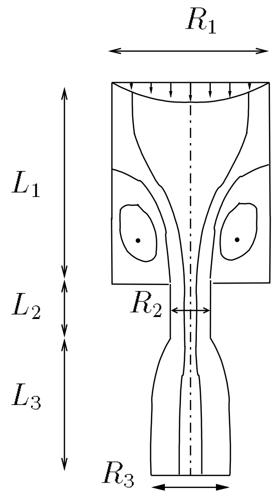
FIG. 10 – *Résolution avec adaptation de maillage pour le problème du talus.*

Les problèmes linéaires standards de la mécanique sont aussi traités : problème de STOKES et système de l'élasticité. Ces problèmes sont les fondements de la plupart des modèles non-linéaires de la mécanique. La FIG. 10 représente la solution du problème du talus (élasticité linéaire). Soulignons l'extrême concision de l'interface : le code correspondant représente seulement 27 lignes de `C++` dans sa version sans adaptation de maillage, et 52 lignes avec adaptation de maillage. Le lecteur intéressé pourra consulter le guide de l'utilisateur [29] et le manuel de référence [30].

5 Perspectives

5.1 Écoulements à surface libre et phénomènes capillaires

Les forces capillaires interviennent dans un grand nombre de procédés de mise en forme de matériaux : extrusion de fibres, fils et membranes, injection dans des moules, enduction de produits sur des surfaces, jets d'encre, décollement d'adhésifs...



Les matériaux en présence sont fréquemment non-newtoniens et seront décrits par des modèles viscoélastiques. La compétition entre forces capillaires et contraintes viscoélastiques conduit à des phénomènes bien spécifiques. Pour fixer les idées, considérons tout particulièrement le cas du gonflement en sortie de filière et cherchons à répondre à la question suivante :

> **Comment choisir le rayon de la filière et le débit d'entrée pour obtenir un fil de rayon donné ?**

Nous reconnaissons un problème inverse que nous aborderons sous la forme d'un problème de contrôle optimal : il s'agit de contrôler numériquement des écoulements viscoélastiques avec tension de surface. Citons, également, à titre de seconde application possible, le pelage d'un ruban adhésif. Pour une étude théorique et expérimentale, voir [VPB96]. Il s'agit alors d'optimiser les propriétés de l'ahésif afin que le substrat (mur, peau, ...) soit exempt de produit (rupture adhésive). D'autres applications concernent la coalescence, l'enduction, les interfaces fluide-fluide.

Ce thème de recherche, en collaboration avec Jérôme MONNIER, Maître de conférence à l'INPG, a fait l'objet du stage de DEA de Jocelyn ETIENNE [50] dans le cadre du projet INRIA IDOPT. Claude VERDIER, chercheur au CNRS, travaille sur les aspects théoriques et expérimentaux de problèmes avec tension capillaire et de viscoélasticité, et une perspective de collaboration est étudiée. Enfin, je donne un cours sur la modélisation et le calcul des surfaces libres et des interfaces dans le cade du DEA de mathématiques appliquées de Grenoble [59].

5.2 Avalanches et coulées de boue

La prévention des risques en montagne, des avalanches aux coulées de boue, passe par des simulations numériques de plus en plus poussées. Ces dernières mettent en œuvre des lois de comportement de matériaux complexes, comme les fluides à seuil ou les écoulements granulaires, ainsi que des méthodes numériques délicates : volumes finis dans un cadre dynamique, maillages adaptatifs. Les essais peuvent être faits avec la montagne seule, ou en présence d'ouvrages d'art (pare-avalanches, déviateurs, digues) dont on cherche à ajuster la position. Les modèles sont de type visco-plastiques ou granulaires, moyennés dans l'épaisseur (approche du type SAINT-VENANT). Une adaptation du maillage à la topographie sera développée pour rendre les modèles plus précis et plus efficaces. Elle pourra également permettre de concentrer les calculs dans les régions d'intérêt : le front de l'avalanche ou de la coulée, le voisinage des variations brusques du relief, digue ou bien arêtes de rochers.

Ce thème de recherche vient de démarrer et a fait l'objet du stage de DEA de Claire LAUVERNET [51] au Laboratoire de Modélisation et de Calcul, dans le cadre du projet INRIA IDOPT. Une collaboration avec le LEGI (Emil HOPFINGER [Hop83]), le Cemagref (Dominique LAIGLE, Mohamed NAAIM) et le laboratoire GRAVIR (Marie-Paule CANI, Fabrice NEYRET) débute également, avec le soutient financier de l'INRIA (Action de Recherche Coopérative) et de l'INPG (Bonus Qualité Recherche). J'encadre également la thèse de Jocelyn ETIENNE [52] sur ce thème (co-encadrement avec Emil HOPFINGER).

A Liste des travaux

[1] P. Saramito. *Simulation numérique d'écoulements de fluides viscoélastiques par éléments finis incompressibles et une méthode de directions alternées; applications.* Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, mars 1990.

[2] R. Michel and P. Saramito. *Simulation en temps réel de structures vibrantes sur calculateur vectoriel.* DEA de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1986.

[3] P. Saramito. *Simulation numérique des instabilités lors de l'étirage des fibres de verre.* Stage ENSIMAG, Vetrotex – Saint Gobain, Chambéry, 1985.

Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

[4] P. Saramito. Numerical simulation of viscoelastic fluid flows using incompressible finite element method and a θ-method. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 28:1–35, 1994.

[5] P. Saramito. Operator splitting for viscoelastic fluid with a differential constitutive law. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II*, t. 319, No. 3:267–270, 1994.

[6] P. Saramito. Efficient simulation of nonlinear viscoelastic fluid flows. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 60:199–223, 1995.

[7] P. Saramito and J.-M. Piau. Flow characteristics of viscoelastic fluids in an abrupt contraction by using numerical modeling. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 52:263–288, 1994.

[8] P. Saramito. Operator splitting in viscoelasticity. *Élasticité, Viscoélasticité et Contrôle Optimal, Lyon, décembre 1995, ESAIM: Proceedings,* `http://www.emath.fr/proc/Vol.2/contents.htm`, 2:275–281, 1997.

[9] N. Roquet, R. Michel, and P. Saramito. Errors estimate for a viscoplastic fluid by using P_k finite elements and adaptive meshes. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série I, 6 pages*, 331(7):563–568, 2000.

[10] P. Saramito and N. Roquet. An adaptive finite element method for viscoplastic fluid flows in pipes. *Comput. Meth. Applied Mech. Engng*, 190:5391–5412, 2001.

[11] N. Roquet and P. Saramito. An adaptive finite element method for bingham fluid flows around a cylinder. en préparation*, 41 pages*, 2001.

[12] N. Roquet and P. Saramito. Friction boundary conditions for the numerical simulation of Bingham fluid. en préparation, 2001.

Colloques avec actes avec comité de lecture

[13] P. Saramito and J.-M. Piau. Characterization of viscoelastic fluids in complex geometries: the numerical approach. *Proceedings of the International Conference on Rheology of Polymers: from the solution to the melt, Abbaye Royale de Fontevraud*, may 1993.

[14] P. Saramito. Why are some operator splitting techniques better than other ? *In Ninth International Workshop on Numerical Methods in Non-Newtonian Flows, Llindir Hall, Wales, [1 page]*, april 1995.

[15] P. Saramito and J.-M. Piau. Numerical study of elongational effects and vortex development for viscoelastic fluid in contractions. *Proceedings* XII ^{e} International Congress on Rheology, Quebec (Canada), page 430, August 1996.

[16] B. Nsom, J.-M. Piau, P. Saramito, K. Debiane, and A. Ayadi. Experimental and numerical study of the viscous dam break problem. *Proceedings of the fifth european rheology conference, Portorož, Slovenia, Springer Verlag*, 6-11 september 1998.

[17] P. Saramito, J.-M. Piau, N. Roquet, and A. Caillaux. Résolution numérique de l'écoulement de Poiseuille établi dans un tuyau de section carrée d'un fluide viscoplastique. *Congrès français de mécanique, Toulouse, [8 pages]*, 1999.

Colloques sans actes ou avec actes à diffusion restreinte

[18] P. Saramito. Une approche comparée par les méthodes BEM et FEM pour la thermorégulation des moules. *Séminaire annuel du Club des Logiciels de l'Industrie Plastique*, page [5 pages], mai 1990.

[19] P. Saramito. Thermique de l'outillage : mise en œuvre d'une stratégie de simulation efficace. *Séminaire annuel du Club des Logiciels de l'Industrie Plastique*, page [6 pages], mai 1991.

[20] P. Saramito. Une méthode de directions alternées pour les lois de type différentiel – application à la contraction 4 à 1. *Colloque-bilan du GDR 901 Rhéologie pour la transformation des polymères fondus*, octobre 1991.

[21] P. Saramito and J.-M. Piau. Approximation mixte du problème de Stokes à trois champs; application au modèle de Phan-Thien et Tanner en contraction brusque. *28 ^{e} colloque annuel du Groupe Français de Rhéologie, Le Mans*, octobre 1993.

Logiciels

[22] P. Saramito. **ariel**: *Résolution des écoulements viscoélastiques en contraction brusque plane et axisymétrique*. Institut de Mécanique de Grenoble, 1990.

[23] P. Saramito. **clip**: *club des logiciels de l'industrie plastique*. société CISI Ingénierie, 1991.

[24] P. Saramito. **mtos**: *A Modgen to Styx translator for integrated circuits at the layout level*. EEC ESPRIT 5075 and JESSI-AC3, société SGS-Thomson Microelectronics, 1993.

[25] P. Saramito. **zebu**: *an environment for the automatic translation between sofware languages*. société SGS-Thomson Microelectronics, 1994.

[26] G. Fourneris and P. Saramito. **ugncheck**: *A toolkit for the validation of integrated circuits*. société SGS-Thomson Microelectronics, 1994.

[27] M. Crastes, O. Lunven, and P. Saramito. **atov**: *simulation, compilation et synthèse des circuits VLSI sous Asyl+ à partir d'une descripton VHDL*. société MINC-IST, 1996.

[28] P. Saramito and N. Roquet. **rheolef**: *A finite element environment, i.e. some* `C++` *classes and unix commands*. `http://www-lmc.imag.fr/lmc-edp/Pierre.Saramito/rheolef`, 2001.

[29] P. Saramito and N. Roquet. **rheolef**: *User's manual, (*64 pages*)*. `http://www-lmc.imag.fr/lmc-edp/Pierre.Saramito/rheolef/usrman.ps.gz`, 2001.

[30] P. Saramito and N. Roquet. **rheolef**: *Reference manual, (*148 pages*)*. `http://www-lmc.imag.fr/lmc-edp/Pierre.Saramito/rheolef/rheolef.ps.gz`, 2001.

Rapport périodique et de fin de contrat

[31] N. Roquet and P. Saramito. *Résultats théoriques sur les modèles de Bingham et de Herschel-Bulckley*. Rapport semestriel d'avancement, société GIST, avril 1997.

[32] P. Saramito, B. Nsom, and J.-M. Piau. *The viscous dam break problem,* 22 pages. projet Européen *Debris flows and risks*, 1998.

Notes internes

[33] P. Saramito. *Note sur la stabilité de mélanges de fluides diffusants à deux et trois composants*. Laboratoire de Rhéologie, *14 pages*, 1998.

Conférences sur invitation

[34] P. Saramito. Efficient numerical simulation of viscoelastic fluid flows. *Department of Aerospace Engineering, University of Minnesota*, august 1996.

[35] P. Saramito. Mixed finite element methods for the direct simulation of viscoelastic fluids. *Department of Aerospace Engineering, University of Minnesota,* `http://www.aem.umn.edu/Solid-Liquid_Flows/`, november 1996.

[36] P. Saramito. Direct simulation of viscoelastic fluids. *University of Pennsylvania*, december 1996.

Séminaires

[37] P. Saramito. Simulation numérique des écoulements de fluides viscoélastiques. *Laboratoire de Rhéologie, Grenoble*, 1995.

[38] P. Saramito. Maillages adaptatifs pour les fluides viscoplastiques. *Laboratoire de Mathématiques, Chambéry*, 1999.

[39] P. Saramito. Maillages adaptatifs pour les fluides viscoplastiques. *Laboratoire de Modélisation et de Calcul, Grenoble*, 1999.

B Formation

Encadrements de thèse, DEA et stage

[40] A. Bellini and D. Dorval. *Mailleur automatique en dimension trois.* DEA mathématiques appliqués, UJF Grenoble et ENSIMAG-INPG, 1991.

[41] W. Choueri. *Maillages adaptatifs et méthodes multigrilles pour la résolution d'une équation de convection-diffusion.* DEA mathématiques appliqués, UJF Grenoble et ENSIMAG-INPG, 1991.

[42] Y. Courtot. *Étude des effets inertiels d'écoulements viscoélastiques dans une contraction brusque.* DEA mécanique, UJF Grenoble, 1996.

[43] N. Roquet. *Simulation numérique d'écoulements de fluides une méthode d'éléments finis incompressibles.* DEA mathématiques appliqués, Université d'Orsay, Paris, pré-publication `http://www.math.u-psud.fr/html/ppo.html`, 1996.

[44] Y. Cornet. *Simulation numérique de rupture de barrage dans le cas de fluides visqueux.* DESS de l'Université de Chambéry, 1997.

[45] A. Caillaux. *Calcul d'un écoulement de Poiseuille pour un fluide de Bingham par lagrangien augmenté et une technique de maillage auto-adaptatif anisotrope.* Stage Ingénieur de L'ENSHMG-INPG, 1997.

[46] A. Caillaux. *Simulation numérique de zones mortes dans un fluide à seuil de contrainte en écoulement établi, par éléments finis et l'utilisation d'un mailleur anisotrope auto-adaptatif.* DEA mécanique, UJF Grenoble et ENSHMG-INPG, 1998.

[47] G. Beltaguy. *Simulation numérique de rupture de barrage pour des fluides à seuil.* DESS de l'Université de Chambéry, 1998.

[48] M. Edwards. *Résolution par éléments finis de la stabilité d'interface.* Stage ENSIMAG-INPG, Grenoble, 1999.

[49] N. Roquet. *Résolution numérique d'écoulements de fluides à effet de seuil par éléments finis mixtes et adaptation de maillage.* Thèse de l'Université Joseph FOURIER, 2000.

[50] J. Etienne. *Simulation numérique d'écoulements à surface libre avec tensions capillaires par une méthode Lagrange-Euler arbitraire.* DEA mathématiques appliqués, UJF Grenoble, 2001.

[51] C. Lauvernet. *Adaptation de maillage pour la modélisation numérique des avalanches par des équations moyennés, dans l'épaisseur.* DEA mathématiques appliqués, UJF Grenoble, 2001.

[52] J. Etienne. *Modélisation et simulation numérique des écoulements à surface libre - application aux avalanches.* Thèse, UJF Grenoble, (**en préparation**), 2001.

Enseignements et formation continue

[53] P. Saramito. *Mécanique générale (40 heures, resp. J. F. Daian).* T.D. IUT de génie énergétique et thermique, Grenoble, 1986-87.

[54] P. Saramito. *Introduction aux outils informatiques (48 heures, resp. Pastor).* T.D. IUT de génie civil, Grenoble, 1987-88.

[55] P. Saramito. *Simulation numérique en mécanique des solides (48 heures, resp. Pastor).* Cours IUT de génie civil, Grenoble, 1987-88.

[56] P. Saramito. *Informatique pour non-voyants (80 heures, resp. Soller).* T.D. ENSIMAG, Grenoble, 1988-89.

[57] P. Saramito. `C++` *et conception orienté objet pour les codes de calcul numérique.* Formation continue au personnel du CEA-CISI, Grenoble, 1992.

[58] P. Saramito. *Méthodes mathématiques pour l'ingénieur.* Cours et T.D., Université Joseph FOURIER, IUP MESSI, Valence (*40 heures*), 2000.

[59] G.-H. Cottet et P. Saramito. *Modélisation et calcul d'interfaces.* Cours, Université Joseph FOURIER, DEA mathématiques appliquées, Grenoble (*24 heures*), 2001.

C Références

[Ala97] P. Alart. Méthode de Newton généralisée en mécanique du contact. *J. Math. Pures Appl.*, 76:83–108, 1997.

[BH82] A. N. Brooks and T. J. R Hughes. Streamline-upwind/Petrov-Galerkin formulation for convection dominated flow with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Comp. Meth. in Appl. Mech and Eng.*, 32:199–259, 1982.

[Bin22] E. C. Bingham. *Fluidity and Plasticity.* Mc Graw-Hill, New-York, 1922.

[Bre74] F. Brezzi. On the existence, uniqueness and approximation of saddle point problems arising from Lagrangian multiplier. *RAIRO, série Analyse Numérique*, R2:129–151, 1974.

[BS92] J. Baranger and D. Sandri. A formulation of the Stokes's problem and the linear elasticity equation suggested by the Oldroyd model for viscoelastic flows. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 26:331–345, 1992.

[BW69] G. F. Brooks and R. L. Whitmore. Drag forces in Bingham plastics (II). *Rheol. Acta*, 8:472–480, 1969.

[CM87] M. J. Crochet and J. M. Marchal. A new mixed finite element for calculating viscoelastic fluid flows. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 26:77–114, 1987.

[FF89] M. Fortin and A. Fortin. A new approach for the FEM simulation of viscoelastic flows. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 32:295–310, 1989.

[FG81] M. Fortin and R. Glowinski. *Lagrangian Augmented Methods.* North Holland, 1981.

[Gie82] H. Giesekus. A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation dependant tensorial mobility. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 11:69, 1982.

[GL88] J. B. Goodman and R. J. Leveque. On the accuracy of a stable scheme for two dimensional conservation laws. *Soc. Ind. Appl. Math. Numer. Anal.*, 25:268–284, 1988.

[Glo86] R. Glowinski. Numerical methods for the numerical solution of the incompressible Navier-Sokes equations. In *Vistas in Applied Mathematics, Optimization Software*, pages 57–95, New York 1986.

[GLT81] R. Glowinski, J. L. Lions, and R. Trémolières. *Numerical analysis of variational inequalities.* North Holland, Amsterdam, 1981.

[GR86] V. Girault and P. A. Raviart. *Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations - Theory and Algorithms.* Springer-Verlag, 1986.

[GS87] C. Guillopé and J. C. Saut. Résultat d'existence pour les fluides viscoélastiques à loi de comportement de type différentiel. *C. R. Acad. Sci. Paris*, t.305, série I:489–492, 1987.

[GT89] R. Glowinski and P. Le Tallec. *Augmented Lagrangian and Operator Splitting Method in Non-Linear Mechanics.* SIAM Studies in Applied Mathematics, 1989.

[Hec97] F. Hecht. *Bidimensional anisotropic mesh generator.* INRIA, `http://www-rocq.inria.fr/gamma/cdrom/www/bamg/eng.htm`, 1997.

[Hop83] E. J. Hopfinger. Snow avalanche motion and related phenomena. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15:47–76, 1983.

[KO88] N. Kikuchi and J. T. Oden. *Contact problems in elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods.* SIAM Studies in Applied Mathematics, 1988.

[Lar88] R. G. Larson. *Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions.* Butterworths series in Chemical Engineering, H. Brenner,mit edition, 1988.

[Leo92] A. I. Leonov. Analysis of simple constitutive equations for viscoelastic liquids. *J. of Non Newtonian Fluid Mech.*, 42:323–350, 1992.

[LR74] P. Lesaint and P. A. Raviart. *On Finite Element Methods For Solving the Neutron Transport Equation.* Academic Press, Carl de Boor edition, 1974.

[Old50] J. G. Oldroyd. On the formulation of rheological equations of states. *Proc. Roy. Soc, London*, A 200:523–541, 1950.

[PHBO01] O. Pironneau, F. Hecht, D. Bernardi, and K. Ohtsuka. FREEFREM+: an implementation of a language dedicated to the finite element method. `http://www-rocq.inria.fr/Frederic.Hecht/FreeFemPlus.htm`, 2001.

[PTT77] N. Phan-Thien and R. I. Tanner. A new constitutive equation derived from network theory. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 2:353–365, 1977.

[Ren85] M. Renardy. Existence of slow flows of viscoelastic fluids with differential constitutive equations. *Z. Angew. Math. u Mech.*, 65:449–451, 1985.

[Ren88] M. Renardy. Recent advances in the mathematical theory of steady flows of viscoelastic fluids. *J. Non Newtonian Fluid Mech.*, 29:11–24, 1988.

[Tou01] R. Touzani. OFELI: an object finite element library. `http://wwwlma.univ-bpclermont.fr/~touzani/ofeli.html`, 2001.

[VPB96] C. Verdier, J.-M. Piau, and L. Benyahia. Influence des propriétés élongationnelles dans le pelage des polymères. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIb*, 323:739–746, 1996.

[YA73] N. Yoshioka and K. Adachi. On creeping flow of a viscoplastic fluid past a cylinder. *Chem. Eng. Sci.*, 28:215–226, 1973.

D Curriculum vitæ

LMC-IMAG
équipe EDP

Pierre.Saramito@imag.fr
http://www-lmc.imag.fr/lmc-edp/Pierre.Saramito

né le 14 septembre 1963 (37 ans), nationalité française, célibataire.

Expériences Professionnelles

95-01 **Chargé de Recherche** au CNRS (CR1, section 9) : simulation numérique en matériaux non-newtoniens.
- Encadrements de thèse, DEA, DESS, stage ingénieurs, ...
- Enseigement à Université Joseph FOURIER
- Séjour de quatre mois en 1996 aux USA (collaboration D. D. JOSEPH, R. GLOWINSKI).
- Consultant à MINC-IST (microélectronique).

93-94 **Ingénieur** R & D à ST microelectronics.
- Conception et développement d'outils de vérification de circuits intégrés.
- Collaboration aux projets européens ESPRIT 5075 (Philips, ST) et JESSI-AC3 (Bosch, CNET, ST).

90-92 **Chef de projet** à CISI.
- Club des Logiciels de l'Industrie Plastique (consortium Atochem - Peugeot SA - Renault - Rhône Poulenc)
- Enseigement : formation continue pour le CEA

86-89 **Allocataire de recherche** MRT
- Enseigements : Université Joseph FOURIER, ENSIMAG, IUT, formation continue, ...
- Membre du groupement de recherche 901 du CNRS sur la rhéologie pour la transformation des polymères fondus.

Diplômes

86-89 **Thèse** de doctorat de l'INPG : simulation numérique par éléments finis des écoulements de fluides viscoélastiques.

1986 **DEA** : Simulation en temps réel sur calculateur vectoriel.

1986 **Ingénieur ENSIMAG**.