

TD 1

Transformée de Fourier des distributions

Exercice 1 Après avoir montré que ce sont des distributions tempérées, calculez les transformées de Fourier des distributions suivantes:

1. 1
2. x^n
3. $\delta^{(n)}$
4. $e^{2i\pi\nu_0 x}$

Exercice 2 Calculez en utilisant la définition de la transformée de Fourier des distributions l'intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\pi x^2) \cos(2\pi x) dx$$

Exercice 3 Montrer que si f appartient à $L^1(\mathbb{R})$ ou à $L^2(\mathbb{R})$ alors $\widehat{T}_f = T_{\widehat{f}}$.

Exercice 4 *Transformée de Fourier de $vp(\frac{1}{x})$*

1. Montrez que $vp(\frac{1}{x})$ est une distribution tempérée
2. En utilisant la définition montrez que $xvp(\frac{1}{x}) = 1$
3. En déduire la transformée de Fourier de $vp(\frac{1}{x})$.

Exercice 5 *Transformée de Fourier de la fonction échelon*

En remarquant que la fonction échelon s'écrit $Y(x) = \frac{1}{2}(\text{sign}(x)+1)$ calculez sa transformée de Fourier.