

La sûreté de fonctionnement des systèmes informatiques est aujourd'hui un enjeu économique et sociétal majeur.

Cet ouvrage présente la théorie mathématique de la fiabilité des logiciels et ses applications, qui permettent de prévoir l'occurrence des défaillances futures d'un système informatique et d'évaluer sa fiabilité.

Les principaux modèles du processus des défaillances et corrections d'un logiciel y sont décrits en adoptant une présentation unifiée dans le cadre des processus aléatoires ponctuels. Les méthodes statistiques associées (de l'inférence bayésienne au choix de modèle) sont également étudiées, ainsi que les modèles prenant en compte des covariables et l'architecture d'un logiciel. L'objectif est d'aller de l'étude conceptuelle approfondie des modèles au calcul numérique des indicateurs de fiabilité à l'aide d'exemples.

Mêlant théorie et pratique, *Modélisation aléatoire en fiabilité des logiciels* s'adresse aux étudiants, ingénieurs, chercheurs en mathématiques appliquées et en informatique, intéressés par les méthodes probabilistes et leurs applications en fiabilité.

Les auteurs

Olivier Gaudoin est professeur à l'Ecole nationale supérieure d'informatique et de mathématiques appliquées de Grenoble (ENSIMAG) où il enseigne les probabilités et la statistique. Ses domaines de recherche sont la modélisation aléatoire et l'analyse statistique pour la fiabilité des systèmes.

James Ledoux est maître de conférences à l'Institut national des sciences appliquées (INSA) de Rennes où il enseigne les mathématiques appliquées, et en particulier les probabilités et la statistique. Ses recherches portent sur la modélisation aléatoire.

Modélisation aléatoire en fiabilité des logiciels

Olivier Gaudoin
James Ledoux

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	13
Chapitre 1. Introduction	15
1.1. Problématique de la fiabilité des logiciels	15
1.2. Utilisation des évaluations de fiabilité des logiciels	18
1.3. Terminologie	18
1.4. Différences entre fiabilité des logiciels et fiabilité des matériels	20
1.5. Entrées, profil opérationnel et fautes	21
1.6. Défaillances et corrections	22
1.7. Exemple de données	23
1.8. Contenu du livre	26
Chapitre 2. Concepts de base	29
2.1. Concepts élémentaires de fiabilité	29
2.1.1. Hypothèses de base	30
2.1.2. Les fonctions fiabilité et de survie résiduelle	30
2.1.3. Le taux de défaillance	31
2.1.4. Le MTTF	35
2.2. Les lois usuelles de durées de vie	36
2.2.1. La loi exponentielle	36
2.2.2. La loi de Weibull	38
2.2.3. La loi gamma	39
2.2.4. La loi lognormale	41

6 Fiabilité des logiciels

2.2.5. La loi de Pareto	41
2.2.6. La loi hypoexponentielle.	42
2.2.7. La loi hyperexponentielle	43
2.2.8. Lois avec taux de défaillance en baignoire	43
2.3. Autres lois usuelles en fiabilité	44
2.3.1. La loi binomiale	44
2.3.2. La loi de Poisson	45
2.3.3. La loi normale	45
2.3.4. La loi uniforme	46
2.3.5. La loi puissance	46
2.4. Concepts élémentaires de statistique	47
2.4.1. Estimation	47
2.4.2. Qualité d'un estimateur	48
2.4.3. Intervalles de confiance et tests d'hypothèses	49
2.4.4. Statistiques d'ordre	51
2.5. Notations et conventions	51
Chapitre 3. Modèles de défaillance auto-excités	53
3.1. Le processus des défaillances	53
3.2. Quelques mesures de fiabilité des systèmes réparables	57
3.3. Construction d'un modèle de défaillance	59
3.3.1. La suite des instants de défaillance.	60
3.3.2. Le processus de comptage des défaillances.	61
3.4. Propriétés des modèles de défaillance auto-excités	67
3.4.1. Notion de mémoire	67
3.4.2. Intensité cumulée ou compensateur	67
3.4.3. Loi des durées inter-défaillances	68
3.4.4. Loi des instants de défaillance	71
3.4.5. Fonctions de vraisemblance	73
3.4.6. Loi du nombre de défaillances survenues.	74
3.4.7. Expressions des principales grandeurs de fiabilité.	75
3.5. Classification des modèles de défaillance auto-excités	78
3.6. Notes et compléments.	79
Chapitre 4. Processus ponctuels	81
4.1. Processus de comptage et intensité stochastique	82
4.1.1. Histoire, mesurabilité, prévisibilité.	82

4.1.2. Intensité stochastique	84
4.1.3. Intensité d'un processus de comptage relativement à son histoire interne	86
4.2. Processus de Poisson	93
4.3. Simulation	99
4.3.1. Inverse généralisée	99
4.3.2. Simulation par inversion	100
4.3.2.1. Image d'un processus de Poisson par un changement de temps	100
4.3.2.2. Simulation et taux de hasard	102
4.4. Modèles conditionnellement auto-excités	103
4.5. Intensité à structure multiplicative	105
4.5.1. Exemple introductif	105
4.5.2. Modèles de régression	106
4.6. Notes et compléments	108
Chapitre 5. Processus markoviens	111
5.1. Processus markovien de sauts	111
5.1.1. Propriété de Markov	111
5.1.2. Noyau de transition	113
5.1.3. Caractérisation des processus markoviens de sauts	114
5.1.4. Générateur infinitésimal et graphe de transition	116
5.1.5. Irréductibilité et ergodicité	119
5.1.6. Processus markovien uniformisable	121
5.2. Processus de comptage associés à un processus markovien de sauts	124
5.2.1. Intensités des processus de comptage	124
5.2.2. Processus de naissance pure	127
5.2.3. Intégrabilité	128
5.3. Le processus markovien des arrivées	130
5.3.1. Définition	130
5.3.2. MAP et processus de renouvellement markovien	134
5.3.3. Intensité stochastique d'un MAP	135
5.3.4. Principales formules utiles en fiabilité	139
5.3.4.1. Fonction fiabilité	139
5.3.4.2. MTTF	140
5.3.4.3. Loi de N_t	141
5.3.4.4. Fonction moyenne et ROCOF	142

8 Fiabilité des logiciels

5.4. Quelques éléments sur les chaînes de Markov générales	144
5.5. Notes et compléments.	145
Chapitre 6. Propriétés générales des processus de Poisson.	147
6.1. Intensité de défaillance	147
6.2. Processus de comptage des défaillances	148
6.3. Durées inter-défaillances	151
6.4. Instants de défaillance	152
6.5. Fiabilité et MTTF	154
6.6. Fonctions de vraisemblance	155
6.7. Lien entre NHPP et processus de records	158
6.8. Quelques propriétés utiles	158
Chapitre 7. Fiabilité d'un logiciel non corrigé : les processus de Poisson homogènes.	163
7.1. Définition et propriétés probabilistes.	163
7.1.1. Processus de comptage des défaillances.	164
7.1.2. Durées inter-défaillances	164
7.1.3. Instants de défaillance	165
7.1.4. Fiabilité et MTTF	166
7.1.5. Fonctions de vraisemblance	167
7.1.6. Quelques propriétés utiles	167
7.2. Estimation des grandeurs de la fiabilité	168
7.2.1. Censure de type 2	168
7.2.1.1. Estimation ponctuelle de λ	168
7.2.1.2. Intervalles de confiance pour λ	172
7.2.1.3. Tests d'hypothèses sur λ	173
7.2.1.4. Estimation du MTTF et de la fiabilité.	174
7.2.2. Censure de type 1	176
7.2.2.1. Estimation ponctuelle de λ	176
7.2.2.2. Intervalles de confiance et tests d'hypothèses	178
7.2.2.3. Estimation de la fiabilité	179
7.2.3. Données groupées.	179
7.3. Application aux données de l'exemple.	180
7.4. Validation des logiciels.	181
7.4.1. Validation en présence de défaillances	181
7.4.2. Validation en l'absence de défaillance	181

Chapitre 8. Modèles à durées inter-défaillances exponentielles et leurs généralisations	183
8.1. Définition et propriétés des modèles ETBF	183
8.1.1. Intensité de défaillance	184
8.1.2. Instants de défaillance	185
8.1.3. Processus de comptage des défaillances	186
8.1.4. Fiabilité et MTTF	186
8.1.5. Fonction de vraisemblance	187
8.2. Le modèle de Jelinski-Moranda	187
8.2.1. Définition	187
8.2.2. Propriétés probabilistes	189
8.2.3. Propriétés statistiques	190
8.2.4. Commentaires	192
8.2.5. Premières généralisations du modèle de Jelinski-Moranda	192
8.3. Le modèle géométrique de Moranda	193
8.3.1. Définition et propriétés probabilistes	193
8.3.2. Propriétés statistiques	196
8.4. Les modèles de statistiques d'ordre généralisées	198
8.4.1. Définition	198
8.4.2. Propriétés probabilistes	199
8.4.3. Quelques modèles GOS	201
8.5. Modèles conditionnellement ETBF	202
8.5.1. Définition	202
8.5.2. Le modèle de Littlewood	203
8.5.3. Le modèle de Littlewood-Verrall	206
8.5.4. Modélisation par chaînes de Markov cachées	208
8.5.4.1. Le profil opérationnel poissonnien homogène	208
8.5.4.2. Lois conditionnelles des taux de hasard	210
8.5.4.3. Le modèle de Basu et Ebrahimi	212
8.5.4.4. Le modèle proportionnel lognormal	213
8.5.4.5. Un modèle à deux taux de correction	214
8.5.4.6. Un modèle de chaîne de Markov cachée	215
8.6. Notes et compléments	216
Chapitre 9. Quelques modèles NHPP	217
9.1. Construction des modèles NHPP	217
9.1.1. Loi du premier instant de défaillance	218
9.1.2. Lien entre ROCOF et intensité	218
9.1.3. Lien entre NHPP et modèles GOS	219

10 Fiabilité des logiciels

9.2. Le processus de puissance ou modèle de Duane	221
9.2.1. Définition et propriétés probabilistes	221
9.2.1.1. Processus de comptage des défaillances	222
9.2.1.2. Durées inter-défaillances	223
9.2.1.3. Instants de défaillance	223
9.2.1.4. Fiabilité et MTTF	223
9.2.1.5. Fonctions de vraisemblance	224
9.2.1.6. Quelques propriétés utiles.	224
9.2.2. Estimation des grandeurs de la fiabilité	226
9.2.2.1. Censure de type 2.	226
9.2.2.2. Censure de type 1.	230
9.2.2.3. Données groupées	231
9.2.3. Application aux données de l'exemple	232
9.2.4. La famille puissance généralisée	232
9.3. Le modèle de Goel-Okumoto	233
9.4. Quelques extensions du modèle de Goel-Okumoto	236
9.4.1. Décomposition en modules	236
9.4.2. Taux de manifestation variable	236
9.4.3. Correction imparfaite.	239
9.5. Autres modèles NHPP	240
9.5.1. Le modèle de Musa-Okumoto	240
9.5.2. Le modèle NHPP de Littlewood	241
9.5.3. Le modèle hyperexponentiel	242
9.6. Notes et compléments.	242
Chapitre 10. Inférence bayésienne.	243
10.1. Des éléments sur l'inférence bayésienne.	243
10.1.1. Principe général de l'inférence bayésienne	243
10.1.2. Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov	246
10.1.2.1. Echantillonneur d'Hastings-Metropolis	248
10.1.2.2. Echantillonneur de Gibbs	250
10.1.2.3. Echantillonneur de Gibbs avec complétion des données	251
10.1.2.4. Echantillonneur de Gibbs avec une étape Hastings-Metropolis	252
10.2. Inférence bayésienne en fiabilité des logiciels	253
10.2.1. Analyses bayésiennes du modèle de Jelinski-Moranda	254
10.2.2. Analyses bayésiennes du modèle de Littlewood-Verrall	255

10.2.3. Analyses bayésiennes des modèles NHPP et GOS	256
10.2.3.1. NHPP bornés	256
10.2.3.2. Modèles GOS	258
10.2.3.3. NHPP non bornés	259
10.2.3.4. Estimation et contrôle de convergence	260
10.2.4. Le modèle d'Al-Mutairi, Chen et Singpurwalla	262
Chapitre 11. Choix de modèles auto-excités	267
11.1. Les tests de tendance	268
11.1.1. Méthodes graphiques	268
11.1.2. Tests d'adéquation au HPP	269
11.1.3. Le test de Laplace	270
11.1.3.1. Censure de type 2	270
11.1.3.2. Censure de type 1	272
11.1.3.3. Données groupées	273
11.1.4. Le test logarithmique	274
11.1.4.1. Censure de type 2	274
11.1.4.2. Censure de type 1	276
11.1.5. Optimalité des tests de tendance	276
11.2. Les tests d'adéquation	276
11.2.1. Problématique	276
11.2.2. Méthodes graphiques	277
11.2.3. Tests d'adéquation pour des variables aléatoires i.i.d	279
11.2.3.1. Cas 1 : tests d'adéquation à une loi entièrement spécifiée	280
11.2.3.2. Cas 2 : test d'adéquation à une famille paramétrée de lois	282
11.2.4. Tests d'adéquation au PLP	283
11.2.5. Tests CPIT	284
11.2.6. Les tests préquentiels	285
11.2.7. Tests d'adéquation aux NHPP de Zhao-Wang	288
11.2.8. Comparaison des tests d'adéquation	290
Chapitre 12. Modèles à covariables	291
12.1. Covariables en fiabilité des logiciels	291
12.2. Modèles basés sur le modèle de Cox	292
12.2.1. Modèle à intensités proportionnelles	292
12.2.2. L'individu est un sous-système d'un logiciel	295

12	Fiabilité des logiciels	
	12.2.3. L'individu est une copie d'un logiciel	295
	12.2.4. L'individu est une faute	296
	12.3. Un modèle basé sur le modèle multiplicatif matriciel d'Aalen	297
	12.3.1. Estimateur de Nelson-Aalen	298
	12.3.2. Estimateur du vecteur des fonctions de régression	302
	12.3.3. Adéquation au modèle	303
	Chapitre 13. Modèles basés sur l'architecture du logiciel	307
	13.1. Un modèle de la structure d'un logiciel	308
	13.2. Quelques modèles de fiabilité	310
	13.2.1. Le modèle de Laprie	310
	13.2.2. Le modèle boîte-blanche de Littlewood	312
	13.3. Un modèle général de processus markovien des arrivées	314
	13.3.1. Analyse	315
	13.3.2. Expressions des grandeurs de fiabilité	318
	13.3.3. Comportement asymptotique	319
	13.3.4. Croissance de fiabilité	321
	13.3.5. Estimation des paramètres	322
	13.3.6. Modèles en temps discret	326
	13.4. D'autres approches	328
	13.4.1. Approximations de la fiabilité	328
	13.4.2. Simulation	329
	13.4.3. Méthodes basées sur le test	330
	13.5. Notes et compléments	331
	Bibliographie	333
	Index	353