

## IUP MAI3 - TD M54

### Produit Matrice-Matrice en parallèle

Nous notons  $n$  la dimension des matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Nous notons  $b$  la taille d'un bloc de nos matrices de telle sorte que chaque matrice  $n \times n$  peut être découpée en  $(n/b)^2$  blocs de taille  $b^2$ . Nous notons  $A_{I,J}$  le bloc  $I, J$  de la matrice  $A$  pour  $I = 0, \dots, n/b - 1$ ,  $J = 0, \dots, n/b - 1$ .  $A_{I,J}$  est une matrice  $b \times b$ .

1. Ecrire dans un langage "pseudo-C" le produit  $C = AB$  sous la forme du produit de matrice matrice par bloc.
2. Notons  $T_p$  le temps de calcul (en négligeant les communications) sur  $p$  processeurs en parallèle.  $T_\infty$  est le temps minimal possible lorsqu'on peut choisir autant de processeurs qu'on veut. En notant  $\tau$  le temps d'une opération élémentaire, donnez  $T_1$  et  $T_\infty$  pour l'algorithme bloc en supposant que le produit de deux blocs ne peut-être parallélisé. Pour quelle valeur de  $b$ ,  $T_\infty$  est il minimum ?
3. En supposant que le coût unitaire d'un accès à un bloc  $b \times b$  est  $T_a(b) = \alpha + \beta b^2$ , quel est le coût d'accès (à la mémoire en séquentiel ou en communication en parallèle) dans l'algorithme par bloc ? Conclusion ?
4. Supposons que l'on distribue chaque bloc de  $A$  et chaque bloc de  $B$  sur un réseau de  $p$  processeurs avec  $p = (n/b)^2$ .
  - (a) Proposez une répartition de la matrice  $A$  et de la matrice  $B$  sur le réseau des  $\sqrt{p} \times \sqrt{p}$  processeurs organisés en tore et proposez un algorithme de calcul du produit de matrice sur ce réseau en  $\sqrt{p}$  communications de bloc  $b \times b$  avec  $b = n/\sqrt{p}$ .
  - (b) En déduire le coût en communication sur le réseau.
5. Supposons que l'on distribue les calculs, c'est à dire chaque bloc de  $A$  et chaque bloc de  $B$  sur un réseau de  $p$  processeurs de telle manière que chaque processeur exécute un produit élémentaire  $A_{I,K}B_{K,J}$  de  $n^3/p$  calculs.
  - (a) Quelle est la taille  $b$  ?
  - (b) Quel est le temps de calcul pour tous les produits  $C_{I,K,J} := A_{I,K}B_{K,J}$  ? quel est le coût de communication pour ces calculs ?
  - (c) Quel est le coût de communication du calcul de réduction  $C_{I,J} := \sum_{K=0}^{b-1} C_{I,K,J}$  ?
6. Conclusion ?