

Projet ENSIMAG 2A

Approximation non linéaire pour la résolution d'équations aux dérivées partielles en grande dimension

Emmanuel Maitre

22 avril 2015

1 Thème général

Au delà des méthodes d'approximation des équations aux dérivées partielles (EDP) classiques (différences finies, éléments finis) qui sont abordées dans des cours de deuxième et troisième année, un nouveau type de méthodes est apparu récemment et trouve notamment des applications dans des domaines où des EDP en dimension 3 et (beaucoup) plus apparaissent. C'est le cas par exemple des équations aux dérivées partielles de la finance, et de celles intervenant dans des formulations espace-temps de problèmes de transport optimal (cf sujet de TER de Valérie Perrier) appliqué à des images tri-dimensionnelles. L'esprit général de la méthode, par exemple en dimension 2, est de chercher une approximation de la solution d'une EDP sous la forme d'une somme de fonctions à variables séparées :

$$u_n(x, y) = r_1(x)s_1(y) + r_2(x)s_2(y) + \dots + r_n(x)s_n(y)$$

en déterminant itérativement (r_n, s_n) de sorte que $u_n(x, y)$ soit la meilleure approximation de la solution d'une EDP à un certains sens. La différence par rapport à une méthode de type éléments finis est que l'approximation n'est pas cherchée dans un espace vectoriel engendré par un ensemble de fonctions de base a priori donné, mais au contraire construit itérativement de manière optimale.

2 Sujet

Dans ce TER, l'objectif sera de comprendre ce type d'algorithmes en se basant sur un article de C. Lebris, T. Lelièvre et Y. Maday¹ et des références puisées par exemple sur Google Scholar, de l'implémenter et de le comparer aux méthodes classiques. Le sujet comporte donc une partie théorique où des outils faisant intervenir de l'optimisation, des EDP, ... interviennent, et une partie numérique.

L'objectif principal est la compréhension et la programmation de la méthode dans un cas académique et sa comparaison en termes d'efficacité par rapport aux méthodes classiques (différences finies, éléments finis). Selon le goût de l'étudiant(e) pour les aspects numériques ou théoriques le sujet pourra donner la part belle à l'un ou à l'autre.

1. Disponible à l'adresse <http://ljk.imag.fr/membres/Emmanuel.Maitre/LebrisLelievreMaday.pdf>