

Ensimag 2ème Année
Projet de spécialité "Modélisation et Calcul Scientifique"

Enseignant responsable du projet : Valérie PERRIER

Mail : Valérie.Perrier@imag.fr

Nombre d'étudiants : 1 binôme

Prérequis : EDP1, EDP2

Eléments finis hiérarchiques et ondelettes interpolantes
Application à la résolution d'un problème de Dirichlet-Neumann.

Les éléments finis hiérarchiques sont des éléments finis correspondant à des grilles emboîtées. Entre deux grilles successives, le passage peut se faire en rajoutant aux éléments finis de la grille grossière, uniquement les éléments finis de la grille deux fois plus fine correspondant aux noeuds qui ont été rajoutés. La figure 1 illustre cette propriété, dans le cas de la dimension 1 pour les éléments finis P1 : en bleu, les fonctions de base associées à une grille de pas $h = 2$, en rouge, les fonctions de base rajoutées pour engendrer l'espace des éléments finis associés à une grille de pas $\frac{h}{2} = 1$. Ces dernières fonctions sont appelées ondelettes interpolantes.

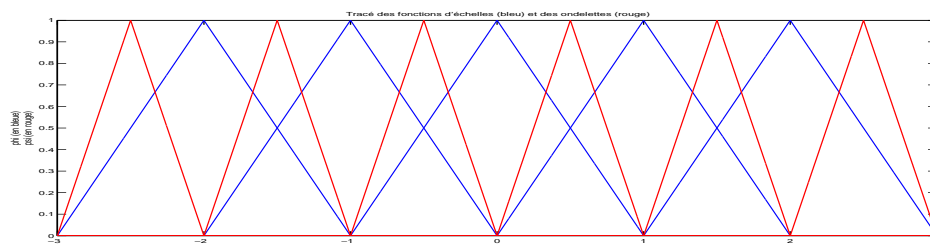


Figure 1: *Eléments finis (en bleu) et ondelettes interpolantes associées (en rouge)*

Cette construction est généralisable en dimension deux sur des grilles cartésiennes, pour des éléments finis d'ordre élevé. L'intérêt d'introduire des ondelettes interpolantes plutôt que de travailler sur une grille fine d'éléments finis est de pouvoir générer facilement des maillage adaptatifs, qui se raffinent automatiquement en fonction de la régularité de la fonction à représenter. La figure 2 représente une fonction et son maillage associé.

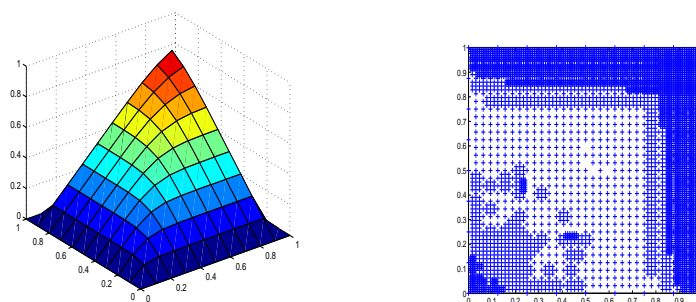


Figure 2: *Solution d'une équation de convection-diffusion (à gauche) et maillage associé (à droite)*

L'objectif du projet est d'une part l'étude de ces bases, d'autre part leur application à des équations modèles avec conditions aux limites de Dirichlet (Laplacien 1D, 2D). On généralisera ensuite leur construction à des conditions aux limites de type Neumann, en considérant des ondelettes interpolantes de type "Hermite" au bord. On utilisera ensuite ces nouvelles ondelettes pour résoudre des problèmes du 4ème ordre (bilaplacien) avec des conditions aux limites homogènes Dirichlet-Neumann. On pourra enfin comparer leurs performances (en terme de complexité numérique) par rapport à une base d'éléments finis classique.

La programmation se fera en MATLAB (certaines routines existent déjà pour les ondelettes interpolantes d'ordre élevé). On travaillera à partir des travaux de Donoho (1992), Bertoluzza (1996), Vasilyev (1996).